

GENERÁLNA SKÚŠKA NKMS 2004 – EXTERNÁ ČASŤ



M A T E M A T I K A

úroveň A
kód testu: 1062

**NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU!**

- Test obsahuje **30 úloh**.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
 - Pri úlohách s výberom odpovede vyberiete správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možností, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačíte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
 - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšete jednotlivé číslice výsledku do príslušných políčok odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačenú polohu desatinnej čiarky.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Na vypracovanie testu budete mať **120 minút**.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, kalkulačku a prehľad vzorcov, ktorý je súčasťou tohto testu. Nesmiete používať zošity, učebnice ani inú literatúru.
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- Podrobnejšie pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu. Prečítajte si ich.
- Pracujte rýchlo, ale sústreďte sa.

Želáme Vám veľa úspechov!

Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!

Časť I

V každej z úloh **01** až **10** je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí **(A)** až **(E)**. Svoju odpoveď zaznačte krížikom v príslušnom políčku odpovedového hárka.

01 Mama sa chystá piecť koláče. Ostatní členovia rodiny vyslovili tieto želania:

Otec: „Upeč makovník alebo orechovník.“

Syn: „Ak upečieš orechovník, tak upeč aj makovník alebo buchty.“

Dcéra: „Ak upečieš buchty aj makovník, tak nepeč orechovník.“

Mama napokon upiekla len orechovník. Komu splnila želanie?

- (A) Len otcovi a dcére. (B) Len otcovi a synovi.
 (C) Len synovi a dcére. (D) Otcovi, synovi aj dcére.
 (E) Ani otcovi, ani synovi, ani dcére.

02 V prvej sýpke bolo uskladnených x ton obilia, v druhej sýpke trikrát menej. Z prvej sýpky sa denne expedovalo 8 ton obilia, z druhej sýpky štyrikrát menej. Za d dní bolo v obidvoch sýpkach rovnaké množstvo obilia. Aký je vzťah medzi x a d ?

- (A) $x = 8d$ (B) $x = 9d$ (C) $x = 12d$ (D) $x = \frac{9}{d}$ (E) $x = \frac{d}{12}$

03 Koľko rôznych kombinácií môžeme nastaviť na dierkovači cestovných lístkov, ak dierkovač vydierkuje štyri alebo päť z číslíc 1 až 9?

1	2	3
4	5	6
7	8	9
BUS		

- (A) 126
 (B) 252
 (C) 2 880
 (D) 15 876
 (E) 18 144

04 Pravdepodobnosť, že pán Kaufmann príde na obchodnú schôdzku s pánom Rýchlym načas, je 80 %. Pravdepodobnosť, že načas príde pán Rýchly, je 70 %. Aká je pravdepodobnosť, že na schôdzku príde načas len jeden z nich?

- (A) 6 % (B) 14 % (C) 24 % (D) 38 % (E) 44 %

05 Funkcia $y = x^6 + 7x^3 - 8$

- (A) má minimum rovné $-44,75$. (B) má minimum rovné $-20,25$.
 (C) má minimum rovné -8 . (D) má minimum rovné $-\sqrt[3]{3,5}$.
 (E) nemá minimum.

06 Množinou všetkých kladných riešení nerovnice $x^{20} > 3^{900} \cdot x^5$ je interval
(A) $(3^{885}; \infty)$. **(B)** $(3^{225}; \infty)$. **(C)** $(3^{60}; \infty)$. **(D)** $(0; 3^{60})$. **(E)** $(0; 3^{225})$.

07 Ak M je množina všetkých $x \in \mathbb{R}$, pre ktoré nadobúda logaritmická funkcia
 $f: y = \log_{0,2}(4x - 1)$
 kladné funkčné hodnoty, tak $M =$
(A) $(0; 0,5)$. **(B)** $(0,25; 0,5)$. **(C)** $(0,25; \infty)$. **(D)** $(0,3; \infty)$. **(E)** $(0,5; \infty)$.

08 Ak predpis funkcie $f: y = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$, pričom $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, vyjadríme pomocou $t = \cos x$,
 dostaneme $y =$
(A) $\frac{1 - t^2}{1 + t^2}$. **(B)** $\frac{t^2}{2 - t^2}$. **(C)** $\frac{1}{2t^2 - 1}$. **(D)** $1 - 2t^2$. **(E)** $2t^2 - 1$.

09 Aká je vzájomná poloha kružníc $k: x^2 + y^2 = 625$ a $m: (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 400$?
(A) Kružnice k, m majú dva spoločné body.
(B) Kružnica m sa dotýka zvnútra kružnice k .
(C) Kružnica k sa dotýka zvnútra kružnice m .
(D) Kružnice k a m sa dotýkajú zvonku.
(E) Kružnice k, m nemajú spoločné body.

10 Bod V je vzdialený 25 cm od stredu kružnice k , ktorá má polomer 10 cm. Bodom V môžeme viesť dve dotyčnice ku kružnici k . Akú veľkosť (s presnosťou na stotiny stupňa) má uhol α , ktorý zvierajú tieto dotyčnice?
(A) $\alpha = 132,84^\circ$ **(B)** $\alpha = 66,42^\circ$ **(C)** $\alpha = 47,16^\circ$
(D) $\alpha = 43,60^\circ$ **(E)** $\alpha = 23,58^\circ$

Test pokračuje na ďalšej strane

18 Na aké číslo treba zmeniť číslo 4 v rovnici $5^x = 4$, aby nová rovnica mala koreň o 3 väčší než pôvodná rovnica?

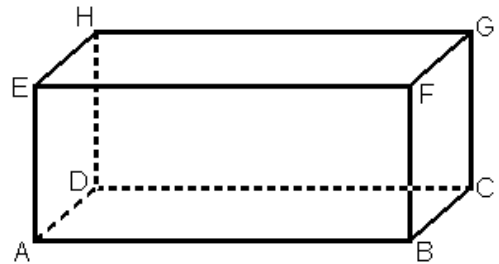
19 V pravidelnom 18-uholníku $A_1A_2 \dots A_{18}$ určte (v stupňoch) veľkosť uhla $A_1A_9A_2$.

20 Aký najväčší obsah (v cm^2) môže mať trojuholník ABC , v ktorom má strana a dĺžku 7 cm a ťažnica t_a na stranu a dĺžku 16 cm?

21 Nech S je priesečník uhlopriečok lichobežníka $ABCD$, ktorého základne majú dĺžky: $|AB| = 6$ cm, $|CD| = 3$ cm. Vypočítajte (v cm^2) obsah trojuholníka ABS , ak viete, že obsah trojuholníka CDS je 13 cm^2 .

22 Daný je kváder $ABCDEFGH$, v ktorom $|AB| = 12$ cm, $|AD| = 3$ cm, $|AE| = 5$ cm.

Vypočítajte (v cm^2) obsah rezu tohto kvádra rovinou AFG .



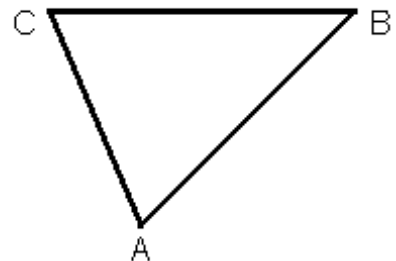
23 Výraz $\frac{-x^2 + x + 6}{x - p}$ sa dá krátiť pre dve hodnoty p . Určte ich.

24 Graf lineárnej funkcie f má smernicu $k = 0,4$ a pretína os y v bode $[0; -4]$. Nech g je inverzná funkcia k funkcii f . Zistite súradnice bodu $A[x_A; y_A]$, v ktorom graf funkcie g pretína os y .

25 Číslo $a \in \mathbb{R}$ sme zvolili tak, aby $x = \frac{5\pi}{8}$ bolo jedným z riešení rovnice $\sin x = a$. Nájdite súčet všetkých zvyšných riešení tejto rovnice v intervale $\langle 0; 4\pi \rangle$. Výsledok napíšte v tvare $k \cdot \pi$, kde k je vhodný zlomok v základnom tvare.

26 Na obrázku je znázornený trojuholník ABC , v ktorom: $B[0; 0]$, $C[-10; 0]$, $|\angle ABC| = 45^\circ$ a výška na stranu BC má dĺžku 7.

Zistite súradnice vrchola $A[x_A; y_A]$.



Test pokračuje na ďalšej strane

- 27** Pre ktoré čísla a , b je priamka daná rovnicou $y = ax + b$ dotyčnicou grafu funkcie $f : y = x^3 - 2x^2 + 7x + 3$ v bode $[2 ; 17]$?
- 28** Prvé tri čísla z desaťčlenného súboru majú geometrický priemer 0,25; geometrický priemer ďalších troch je 1 a geometrický priemer zvyšných čísel je 32. Vypočítajte geometrický priemer všetkých čísel súboru. Výsledok uveďte zaokrúhlený na tri desatinné miesta.
- 29** Vypočítajte objem kužeľa, ktorý vznikne rotáciou pravouhlého trojuholníka ABC s vrcholmi $A[0 ; 0]$, $B[6 ; 8]$, $C[0 ; 12,5]$ okolo priamky BC . Výsledok uveďte zaokrúhlený na tri desatinné miesta.
- 30** Vypočítajte uhol priamky prechádzajúcej bodmi $A[1 ; -1 ; 0]$, $B[2 ; 1 ; -2]$ a roviny určenej súradnicovými osami x , z . Výsledok uveďte v radiánoch zaokrúhlený na tri desatinné miesta.

KONIEC TESTU

Prehľad vzorcov

Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Sínusová veta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$

Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus:

$$\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$$

$$\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x$$

$$\log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

Aritmetická postupnosť:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

Geometrická postupnosť:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$$

Kombinatorika:

$$P(n) = n! \quad V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

$$V'(k, n) = n^k$$

$$C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Geometrický priemer:

$$\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$$

Harmonický priemer:

$$\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}$$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\vec{u}, \quad t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0; \quad [a; b] \neq [0; 0]$

Smernicový tvar rovnice priamky: $y = ax + b$

Parametrické vyjadrenie roviny: $X = A + t\vec{u} + s\vec{v}, \quad t, s \in R$

Všeobecná rovnica roviny: $ax + by + cz + d = 0; \quad [a; b; c] \neq [0; 0; 0]$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r(r + v)$	$S_p + Q$	$\pi r(r + s)$	$4\pi r^2$

Pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka

Odpoveďové hárky budú skenované.

Aby skener vedel prečítať Vaše odpovede, musíte dodržať nasledujúce pokyny:

- Píšte perom s čiernou alebo modrou náplňou. Nepoužívajte tradičné plniace perá, veľmi tenko píšuce perá, obyčajné ceruzky ani pentelky.
- Textové polia (kód školy, kód testu, kód žiaka, ...) vyplňujte veľkými písmenami alebo číslicami podľa predpísaného vzoru. Vpisované údaje nesmú presahovať biele pole určené na vpisovanie.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S
T	U	V	X	Y	Y			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- Riešenia úloh s výberom odpovede zapisujte krížikom ☒.

- Správne zaznačenie odpovede (A)

A	B	C	D	E
☒	☐	☐	☐	☐

- Nesprávne zaznačenie odpovede (B)

A	B	C	D	E
☐	☒	☐	☒	☐
A	B	C	D	E
☐	☒	☐	☐	☐

- Keď sa pomýlite alebo neskôr zmeníte názor, úplne zaplňte políčko so zlým krížikom a urobte nový krížik.

A	B	C	D	E
☒	☐	■	☐	☐

- Ak opäť zmeníte názor a chcete zaznačiť pôvodnú odpoveď, urobte krížiky do všetkých políčok a zaplnené políčko dajte do krúžku.

A	B	C	D	E
☒	☒	☒	☒	☒
		☐		

- Jednotlivé číslice riešenia úlohy s krátkou odpoveďou napíšte do príslušných políčok podľa predpísaného vzoru. Rešpektujte pritom predtlačенú polohu desatinnej čiarky. Do políčka napíšte najviac jednu číslicu, resp. znak „+“ alebo „-“.

- Správne zapísaný výsledok $-3,1$

☐	☐	☐	-	3	,	1	☐	☐	☐
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

-	☐	☐	3	☐	,	☐	☐	☐	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

☐	-	3	☐	☐	,	☐	☐	1	☐
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- Nesprávne zapísaný výsledok $-3,1$

☐	☐	☐	☐	-	,	☐	3	,	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- Oprava predchádzajúceho zápisu $-3,1$

☐	☐	-	3	☐	,	☐	☐	☐	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Neotvárajte test, pokiaľ nedostanete pokyn!