MINISTERSTVO ŠKOLSTVA,
VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU
SLOVENSKEJ REPUBLIKY

KÓD TESTU
1203

MATURITA 2015

EXTERNÁ ČASŤ

MATEMATIKA

NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU!

- Test obsahuje **30 úloh**.
- Na vypracovanie testu budete mať **120 minút**.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
  - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšte jednotlivé číslice výsledku do príslušných políčok odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačenú polohu desatinnej čiarky.
  - Pri úlohách s výberom odpovede vyberte správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možností, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, prehľad vzťahov na poslednom liste tohto testu a kalkulačku, ktorá nie je súčasťou mobilného telefónu. Nesmiete používať kalkulačku s funkciami Graph, Graphic, Calc, Solve, programovateľnú kalkulačku, kalkulačku s grafickým displejom, zošity, učebnice ani inú literatúru.
- Počítajte presne. Ak je to potrebné, zaokrúhlite iba výsledok podľa pokynov uvedených na zadnej strane testu.
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- **Podrobnejšie pokyny na vypĺňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu.**

Želáme vám veľa úspechov!

Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!

Časť I

Vyriešte úlohy **01** až **20** a do odpoveďového hárka zapíšte vždy **iba výsledok** – nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.

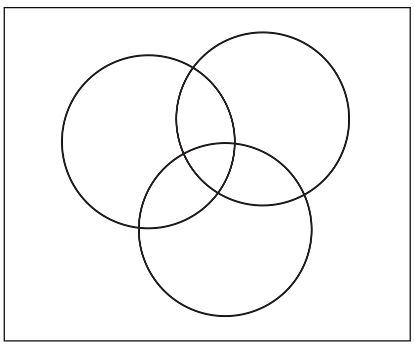
Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

01 Priemerná výška všetkých žiakov triedy je 162 cm. Výška triednej učiteľky je 178 cm. Priemerná výška všetkých žiakov triedy a triednej učiteľky je 163 cm. Vypočítajte počet žiakov triedy.

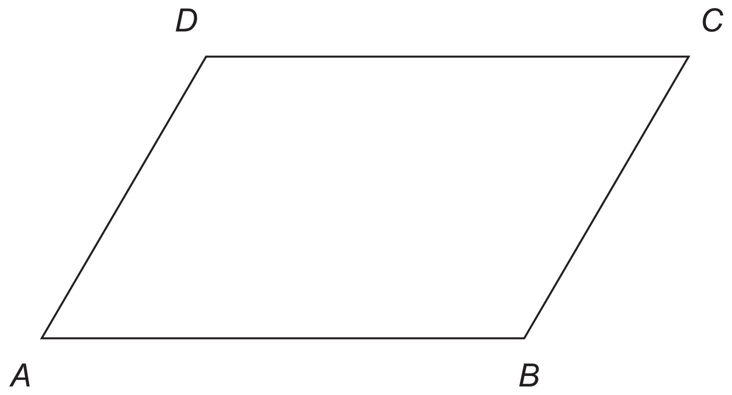
02 V dvojcifernom čísle AB je $A > B$. Z čísla AB sme pridaním ďalšej cifry A alebo B vytvorili niekoľko trojciferných čísel. Trojciferné číslo ABB je deliteľné číslom 7, číslo BAB je deliteľné číslom 4 a číslo ABA je deliteľné číslom 3. Nájdite pôvodné dvojciferné číslo AB.

03 Traja chlapci a tri dievčatá si chcú urobiť spoločnú fotku. Koľkými rôznymi spôsobmi sa môžu posadiť vedľa seba na jednu lavicu tak, aby sa navzájom striedali chlapci s dievčatami a vždy vznikla iná fotka?

04 Trieda má 30 žiakov. Na konci školského roka mali piati žiaci triedy jednotku z matematiky a nikto z tohto predmetu neprepadol. 18 žiakov triedy malo z matematiky od jednotky horšiu, ale od štvorky lepšiu známku. 16 žiakov triedy malo z matematiky horšiu známku ako dvojku. Koľko žiakov triedy malo na konci školského roka z matematiky trojku?
Pri riešení môžete využiť Vennov diagram.

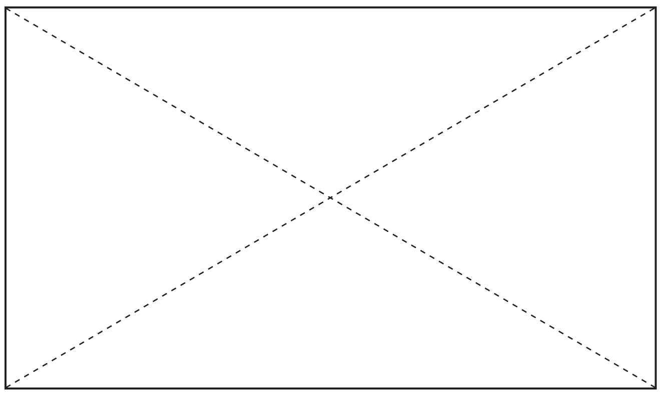


05 Rovnobežník $ABCD$ (pozrite obrázok) má dĺžky strán 6 cm a 4 cm. Veľkosť jedného z vnútorných uhlov rovnobežníka je $45°$. Vypočítajte v centimetroch dĺžku dlhšej uhlopriečky rovnobežníka $ABCD$.



06 Výraz $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2^{3n}\cdot 2^{n-1}}\right)^2$ sa pre všetky $n \in N$ dá upraviť a zjednodušiť na tvar 2^{an+b}, kde a, b sú celé čísla. Určte súčet $a + b$.

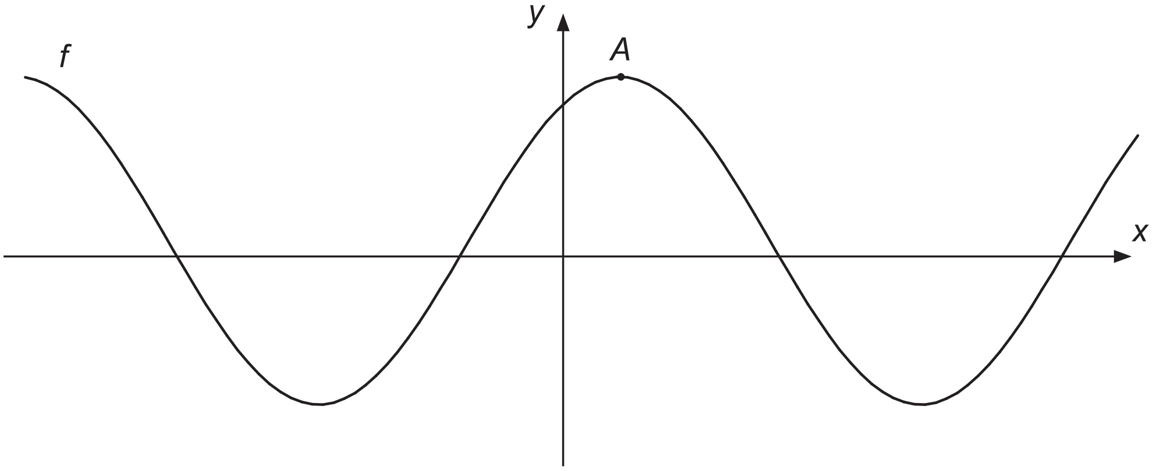
07 Dĺžky strán a dĺžka uhlopriečky obdĺžnika (pozrite obrázok) sú tri po sebe idúce členy aritmetickej postupnosti. Dĺžka dlhšej strany obdĺžnika je 12 cm. Určte v centimetroch štvorcových obsah tohto obdĺžnika.



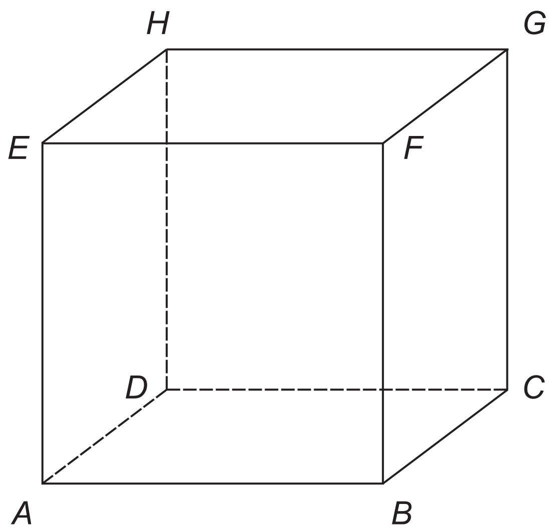
08 Cena jedného kalerábu vzrástla o $0{,}40$ eura. Počet kalerábov, ktoré môže zákazník kúpiť za 4 eurá, tak klesol o 5. Zistite v eurách novú cenu jedného kalerábu.

09 Zistite, koľkokrát väčšie je číslo $x = 103!$ ako číslo $y = 101! + 102!$.

10 Na obrázku je zobrazená časť grafu funkcie $f\colon y = 3 \cdot \sin(x + 65°)$ a bod A, v ktorom graf funkcie f prvýkrát nadobúda maximum na množine kladných reálnych čísel. Určte v stupňoch x-ovú súradnicu bodu A.

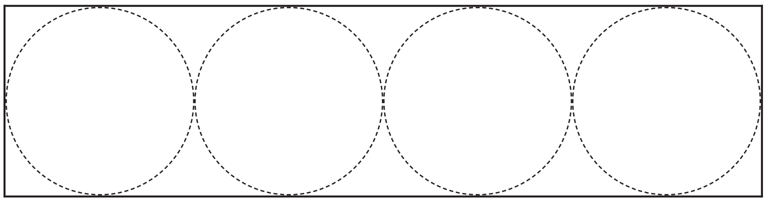


11 Kocka $ABCDEFGH$ (pozrite obrázok) má hranu dlhú 4 cm. Bod M je stred hrany EH. Vypočítajte v centimetroch obvod rezu kocky $ABCDEFGH$ rovinou ACM.

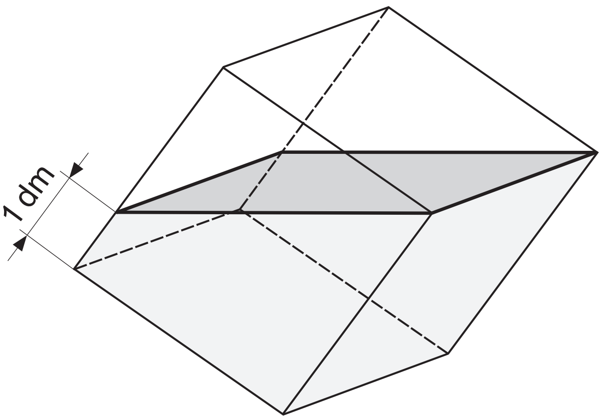


12 Určte x-ovú súradnicu bodu, v ktorom graf funkcie $f\colon y = -7 \cdot \log(x + 3)$ pretína os x.

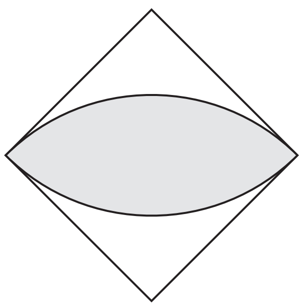
13 Štyri tenisové loptičky možno kúpiť v jednom balení v tvare valca (pozrite schému na obrázku). Každá loptička sa dotýka susednej loptičky a plášťa, prípadne podstavy valca. Koľko percent z celého vnútorného objemu valca tvorí prázdny priestor, ktorý nevypĺňajú tenisové loptičky?



14 Akvárium má tvar kocky s dĺžkou hrany $6\ \text{dm}$. Ak akvárium otáčame okolo jeho podstavnej hrany, tak voda z akvária začne vytekať práve vtedy, keď voda na protiľahlej stene akvária dosiahne do výšky $1\ \text{dm}$ (pozrite obrázok). Vypočítajte, koľko litrov vody bolo v akváriu.



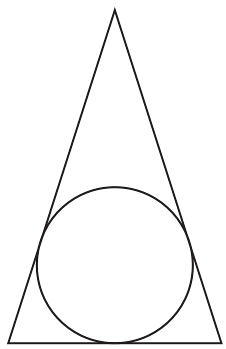
15 Do štvorca so stranou dlhou $1\ \text{cm}$ sú vpísané dve štvrťkružnice so stredmi v protiľahlých vrcholoch štvorca (pozrite obrázok). Vypočítajte v centimetroch štvorcových obsah vyznačenej časti štvorca, ohraničenej dvoma štvrťkružnicami.



16 Súčet druhého a štvrtého člena geometrickej postupnosti je dvojnásobkom súčtu prvého a tretieho člena postupnosti. Súčet prvých desiatich členov postupnosti je $3\,069$. Určte prvý člen postupnosti.

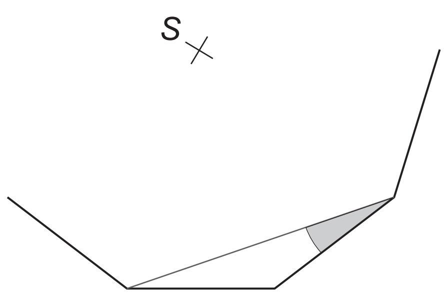
17 Vypočítajte v stupňoch súčet všetkých koreňov rovnice $\cos x = \frac{1}{2}$ z intervalu $(0°;\ 540°)$.

18 Do rovnoramenného trojuholníka so základňou dlhou 2 cm a výškou na základňu dlhou 6 cm je vpísaná kružnica (pozrite obrázok). Vypočítajte v centimetroch polomer vpísanej kružnice.



19 Dané sú body $A\,[-1;\ 1]$ a $B\,[3;\ -2]$. Určte reálne číslo c v súradniciach bodu $C\,[c;\ c]$ tak, aby bod C bol vrcholom pravouhlého trojuholníka ABC s pravým uhlom pri vrchole B.

20 V pravidelnom mnohouholníku (na obrázku je zobrazená jeho časť a stred) má najkratšia uhlopriečka dĺžku 10 cm. Veľkosť uhla tejto uhlopriečky a strany mnohouholníka je $20°$. Vypočítajte v centimetroch obvod tohto mnohouholníka.



Časť II

V každej z úloh **21** až **30** je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí **(A)** až **(E)**.
Svoju odpoveď zaznačte krížikom v príslušnom políčku odpoveďového hárka.

Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

21 Definičný obor funkcie $f\colon\ y = \dfrac{\sqrt{(x+4)\cdot(x-7)}}{(x+4)\cdot(x-3)}$ je:

(A) $(-\infty; -4) \cup \langle 7; \infty)$

(B) $(-\infty; -4) \cup (7; \infty)$

(C) $(-\infty; -4\rangle \cup \langle 7; \infty)$

(D) $(-\infty; 3) \cup (7; \infty)$

(E) $(-\infty; 3) \cup \langle 7; \infty)$

22 Daný je výrok: Peter klame a kradne. Vyberte možnosť, v ktorej je uvedená negácia daného výroku.

(A) Peter klame, ale nekradne.

(B) Peter neklame a nekradne.

(C) Keď Peter neklame, tak ani nekradne.

(D) Peter neklame, ale kradne.

(E) Peter neklame alebo nekradne.

23 Daná je funkcia $f\colon\ y = \dfrac{3x-2}{x+1}$. Vyberte správne tvrdenie o monotónnosti a ohraničenosti funkcie f na intervale $(0;\ \infty)$.

(A) Funkcia f je rastúca a len zdola ohraničená na $(0;\ \infty)$.

(B) Funkcia f je klesajúca a len zhora ohraničená na $(0;\ \infty)$.

(C) Funkcia f je rastúca a ohraničená na $(0;\ \infty)$.

(D) Funkcia f je rastúca a nie je ohraničená na $(0;\ \infty)$.

(E) Funkcia f je klesajúca a nie je ohraničená na $(0;\ \infty)$.

24 Daný je trojuholník ABC, pričom $A[3;\ 5]$, $B[0;\ 1]$ a $C[3;\ -2]$. Trojuholník $A_1B_1C_1$ je osovo súmerný s trojuholníkom ABC podľa osi x. Určte obsah spoločnej časti trojuholníkov ABC a $A_1B_1C_1$.

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 5

(E) 6

25 V osudí sú čierne a biele guľky. Ich celkový počet je 9. Bielych guliek je viac. Koľko je bielych guliek v osudí, ak pravdepodobnosť vytiahnutia jednej čiernej a jednej bielej guľky pri náhodnom vytiahnutí dvoch guliek naraz je $0{,}5$?

(A) 5

(B) 6

(C) 7

(D) 8

(E) 9

26 Daná je kvadratická funkcia $f\colon y = 2x^2 + bx + 8$, kde b je prirodzené číslo. Určte najmenšie číslo b, pre ktoré vrchol paraboly (grafu funkcie f) bude ležať pod osou x (pozrite obrázok).

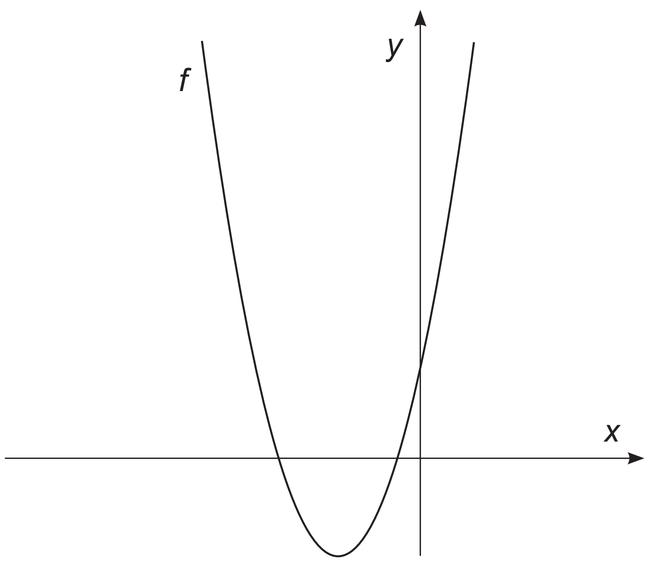
(A) 6

(B) 7

(C) 8

(D) 9

(E) 10



27 Rozhodnite o vzájomnej polohe priamky $p\colon\ x + 2 = 0$ a kružnice $k\colon\ x^2 + y^2 - 10x + 2y + 17 = 0$.

(A) Priamka p je nesečnica kružnice k.

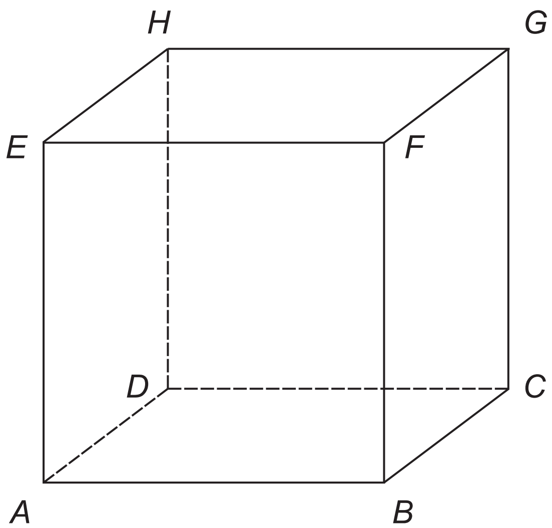
(B) Priamka p je dotyčnica kružnice k, rovnobežná s osou x.

(C) Priamka p je dotyčnica kružnice k, rovnobežná s osou y.

(D) Priamka p je sečnica kružnice k, rovnobežná s osou x.

(E) Priamka p je sečnica kružnice k, rovnobežná s osou y.

28 Daná je kocka $ABCDEFGH$ (pozrite obrázok). Ktorý z nasledujúcich výrokov je <u>nepravdivý</u>?



(A) Veľkosť uhla úsečky AH a úsečky HC je $60°$.

(B) Úsečky BC a HC sú navzájom kolmé.

(C) Priamky AE a CG sú navzájom rovnobežné.

(D) Priamky EF a DH sú navzájom rôznobežné.

(E) Veľkosť uhla roviny HAB a roviny ABC je $45°$.

29 Na prijímacej skúške na vysokú školu sú štyri príklady. Za riešenie každého príkladu je možné získať 0, 1, 2, 3 alebo 4 body. Na úspešné zvládnutie prijímacej skúšky treba dosiahnuť aspoň 14 bodov. Koľko je rôznych možností bodového hodnotenia jednotlivých úloh, ktorými žiak môže úspešne zvládnuť túto prijímaciu skúšku?

(A) 9

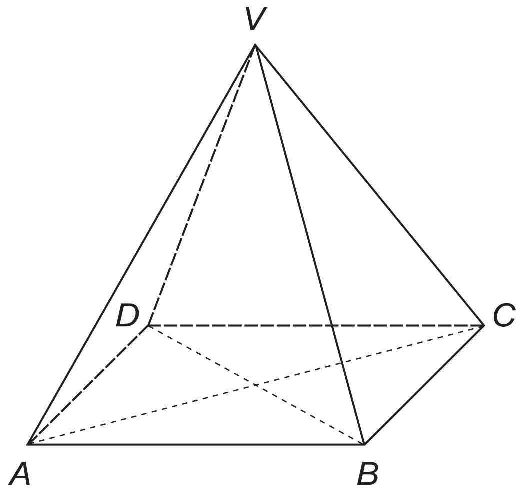
(B) 11

(C) 12

(D) 15

(E) 17

30 V pravidelnom štvorbokom ihlane $ABCDV$ (pozrite obrázok) je veľkosť uhla (odchýlky) roviny bočnej steny a roviny podstavy $45°$. Pomer dĺžky hrany podstavy a výšky ihlana je:



(A) 1 : 1

(B) 2 : 1

(C) $\sqrt{2} : 2$

(D) 1 : 2

(E) $2 : \sqrt{2}$

KONIEC TESTU

PREHĽAD VZŤAHOV

Mocniny:

$a^x . a^y = a^{x+y}$ $\quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $\quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$ $\quad (a.b)^x = a^x . b^x$ $\quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$ $\quad a^{-x} = \frac{1}{a^x}$ $\quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$

Goniometrické funkcie:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$

$\sin 2x = 2.\sin x \cos x$ $\quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ $\quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

x	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Sínusová veta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$ $\quad$ Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$

Logaritmus: $\log_z (x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$ $\quad \log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$

$\log_z x^k = k.\log_z x$ $\quad \log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1).d$ $\quad s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1.q^{n-1}$ $\quad s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$

Kombinatorika:

$P(n) = n!$ $\quad V(k,n) = \frac{n!}{(n-k)!}$ $\quad C(k,n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$

$P'(n_1, n_2, ..., n_k) = \frac{n!}{n_1!\, n_2! \dots n_k!}$ $\quad V'(k,n) = n^k$ $\quad C'(k,n) = \binom{n+k-1}{k}$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\,\vec{u}, \quad t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0;\ [a; b] \neq [0; 0]$

Uhol vektorov: $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Vzdialenosť bodu $M[m_1; m_2]$ od priamky p: $ax + by + c = 0$: $\quad |Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3}\pi r^2 v$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

Pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka

Odpoveďové hárky budú skenované, nesmú sa kopírovať, krčiť ani prehýbať.
Dodržte nasledujúce pokyny, aby skener vedel prečítať vaše odpovede.

- Píšte perom s čiernou alebo modrou náplňou. Nepoužívajte tradičné plniace perá, veľmi tenko píšuce perá, obyčajné ceruzky ani pentelky.

- Výsledok úlohy s krátkou odpoveďou vyjadrite pomocou celého čísla alebo desatinného čísla. Ak je výsledok celé číslo alebo desatinné číslo s najviac dvoma desatinnými miestami, zapíšte ho **presný**. Ak je výsledok desatinné číslo s viac ako dvoma desatinnými miestami, zapíšte ho **zaokrúhlený na dve desatinné miesta**.

- Jednotlivé číslice výsledku zapíšte do príslušných políčok. Do políčka napíšte najviac jednu číslicu alebo znamienko „−" (mínus).

- Pri zápise rešpektujte predtlačenú polohu desatinnej čiarky. Znamienko „−" (mínus) napíšte do samostatného políčka pred prvú číslicu.

- Ak je váš výsledok celé číslo, nevypĺňajte políčka za desatinnou čiarkou.

- Označenie jednotiek (stupne, metre, minúty,…) nezapisujte.

Napríklad:

výsledok 4 633 zapíšte:

□□□□[4][6][3][3] , □□□□

výsledok 81,424 61 m zapíšte:

□□□□□□[8][1] , [4][2]□□

výsledok (pomer) 1 : 8 = 0,125 zapíšte:

□□□□□□□[0] , [1][3]□□

výsledok (zlomok) $\frac{5}{3} = 1,\overline{6}$ zapíšte:

□□□□□□□[1] , [6][7]□□

- V prípade chybného zápisu výsledku nepožadujte nový odpoveďový hárok. Políčko s chybným údajom úplne zaplňte a správny údaj napíšte pred alebo za zaplnené políčko.

- **Správne** zapísaný výsledok −3,1:

□□□□□□[−][3] , [1]□□□

- **Nesprávne** zapísaný výsledok −3,1:

□□□□□□□[−] , □[3][,][1]

- Oprava predchádzajúceho zápisu:

□□□□□[−][3]■ , ■■■[1]

□□□□□[−][3]■ , [1]■■■

- Odpoveď na úlohu s výberom odpovede zaznačte krížikom ☒ do príslušného políčka.

- **Správne** zaznačenie odpovede **(C)**:

A B C D E
☐ ☐ ☒ ☐ ☐

- **Nesprávne** zaznačenie odpovede **(C)**:

A B C D E
☒ ☐ ☒ ☐ ☐

A B C D E
☐ ☐ ☒ ☐ ☐

- Keď sa pomýlite alebo neskôr zmeníte názor, úplne zaplňte políčko s nesprávnym krížikom a urobte nový krížik:

A B C D E
☒ ☐ ■ ☐ ☐

- Ak náhodou znovu zmeníte názor a chcete zaznačiť pôvodnú odpoveď, urobte krížiky do všetkých políčok a zaplnené políčko dajte do krúžku:

A B C D E
☒ ☒ ■ ☒ ☒

Neotvárajte test, pokiaľ nedostanete pokyn!